

PPPG Matematika
Kode Dok : F-PRO-020
Revisi : 0

UNTUK KALANGAN SENDIRI

Nama Kegiatan:

***Penulisan Modul
Paket Pembinaan Penataran***

Judul Naskah Asli:

***MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA
DENGAN PENDEKATAN INVESTIGASI***

Penulis:

Drs. Setiawan, M.Pd.

Penilai:

***Drs. Sukardjono, M.Pd.
Al. Krismanto, M.Sc.***

Editor:

Adi Wijaya, S.Pd. M.A. & Dra. Th. Widyantini, M.Si.

Ilustrator:

Yulianto, S.Si. M.Si.

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PENATARAN GURU MATEMATIKA
YOGYAKARTA
2006**

Daftar Isi

Kata Pengantar	i
Daftar Isi	ii
Bab I Pendahuluan	1
A. Latar Belakang	1
B. Tujuan Penulisan Paket	2
C. Sasaran	2
D. Ruang Lingkup	2
E. Pedoman Penggunaan Paket	2
Bab II Pendekatan Investigasi.....	5
A. Pengertian	5
B. Pendekatan Investigasi	8
C. Penilaian (<i>Assessment</i>) untuk Pendekatan Investigasi.....	13
Bab III Contoh Model Pembelajaran Matematika yang Menggunakan Pendekatan Investigasi	15
Bab IV Bahan Diskusi	35
Bab V Penutup	37
Daftar Pustaka	39

Bab I **Pendahuluan**

A. Latar Belakang

Sampai dengan saat ini belum ada sesuatu data atau fakta yang dapat dijadikan bukti bahwa hasil pembelajaran matematika di Indonesia sudah berhasil baik. Beberapa indikator mulai dari rata-rata nilai UAN, batas kelulusan secara nasional, lebih-lebih hasil di forum internasional *International Mathematical Olympiad (IMO)* misalnya masih menunjukkan hasil yang jauh dari menggembirakan.

Rendahnya hasil pembelajaran matematika di Indonesia ini salah satunya disebabkan oleh rendahnya kualitas pembelajaran yang diselenggarakan guru di sekolah. Rendahnya kualitas pembelajaran ini, diakibatkan oleh bermacam-macam sebab, salah satu di antaranya kurang tepatnya pendekatan pembelajaran yang dipilih guru dalam pengembangan silabus dan skenario pembelajaran yang dirumuskan, yang bermuara pada kurang efektifnya pembelajaran yang dikembangkan di kelas.

Wacana untuk menelaraskan pendekatan pembelajaran yang tepat, sebenarnya sudah direkomendasikan oleh *Great Britain Departement Education and Science* (1982) yang merupakan laporan dari *Commettee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in School*, yang biasa kita kenal dengan istilah *The Cocroft Report* ini, pada paragraph 243, direkomendasikan bahwa: “Pembelajaran matematika pada semua level pendidikan, seharusnya meliputi kesempatan berlangsungnya kegiatan:

- eksposisi dari guru
- diskusi antara guru dengan siswa dan diskusi antar siswa.
- adanya kerja praktek (*practical work*) yang serasi
- konsolidasi dan latihan ketrampilan fundamental dan rutin
- pemecahan masalah (*problem solving*) yang berisi juga mengenai penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari.
- kerja investigasi.

Mengacu pada *Cocroft Report* di atas maka porsi pembelajaran matematika yang menggunakan pendekatan investigasi perlu ditingkatkan. Demikian juga kalau kita simak Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah dari Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan untuk Mata

Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliyah (MA) ditegaskan bahwa: “Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika yang mencakup masalah tertutup dengan solusi tunggal, masalah terbuka dengan solusi tidak tunggal, dan masalah dengan berbagai cara penyelesaian.” Dengan demikian pendekatan investigasi yang merupakan salah satu dari pendekatan dalam strategi pemecahan masalah, perlu mendapat porsi yang cukup.

B. Tujuan Penulisan Paket

Penulisan Paket Pembinaan Penataran dengan judul Model Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Investigasi ini mempunyai beberapa tujuan di antaranya:

1. Menambah wawasan guru tentang pendekatan pembelajaran dalam matematika yang menggunakan pendekatan investigasi.
2. Menambah referensi tentang pengelolaan pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan investigasi.
3. Menjadikan bahan pemikiran untuk guru-guru dalam mengembangkan pembelajaran guru matematika di kelas dengan strategi pembelajaran pemecahan masalah terutama yang menggunakan pendekatan investigasi.

C. Sasaran

Sasaran dari paket ini adalah:

1. Peserta Diklat Instruktur dan Guru Pengembang matematika, yang diselenggarakan oleh PPPG Matematika Yogyakarta
2. Para guru dan pemerhati pembelajaran matematika pada umumnya.

D. Ruang Lingkup

Ruang lingkup dari penulisan paket ini meliputi:

1. Pembelajaran matematika di kelas dengan pendekatan investigasi
2. Beberapa contoh model pembelajaran matematika yang menggunakan pendekatan investigasi.

E. Pedoman Penggunaan Paket

Pelajarilah uraian materi yang tercantum dalam ruang lingkup tersebut di atas. Berikutnya susun model-model pembelajaran matematika yang lain yang menggunakan pendekatan investigasi. Apabila terdapat kekurangjelasan dalam memahami paket ini dapat dilakukan

dengan membaca beberapa literatur yang dicantumkan dalam Daftar Pustaka dari penulisan ini.

Kecuali itu dapat juga mengontak PPPG Matematika, dengan alamat:

Email: p3gmatyo@indosat.net.id

Website: <http://www.p3gmatyo.go.id>

Bab II

Pendekatan Investigasi

A. Pengertian

Mengawali pembahasan mengenai pendekatan investigasi dalam pembelajaran matematika ini, maka kita perlu mengenal beberapa istilah yang kadang-kadang mempunyai pengertian yang hampir sama, dan dalam penggunaannya kadang-kadang kita rancu, yaitu penggunaan istilah strategi, metode, pendekatan serta teknik dalam pembelajaran. Ruseffendi(1980) mencoba memberikan klarifikasi tentang keempat masalah di atas, yang menurutnya:

1. *Metode mengajar* adalah cara mengajar secara umum yang dapat ditetapkan pada semua mata pelajaran, misalnya mengajar dengan ceramah, ekspositori, tanya jawab, penemuan terbimbing dan sebagainya.
2. *Strategi mengajar* adalah seperangkat kebijaksanaan yang terpilih, yang telah dikaitkan dengan faktor yang menentukan warna dari strategi pembelajaran tersebut:
 - a. pemilihan materi pelajaran (guru dan murid)
 - b. penyaji materi pembelajaran tersebut (perorangan, atau belajar mandiri)
 - c. cara materi pelajaran disajikan (induktif atau deduktif, analitis atau sintetis, formal atau non formal)
 - d. sasaran penerima materi pelajaran (kelompok, perorangan, heterogen atau homogen)
3. *Pendekatan* adalah jalan atau arah yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran dilihat bagaimana materi itu disajikan. Misalnya memahami suatu konsep dengan pendekatan induktif atau deduktif, atau mempelajari operasi perkalian dengan pendekatan hasil kali Cartesius, demikian juga bagaimana siswa memperoleh, mengorganisasi dan mengkomunikasikan hasil belajarnya lewat pendekatan ketrampilan proses (*process skill*)
4. *Teknik mengajar* adalah penerapan secara khusus suatu metode pembelajaran yang disesuaikan dengan kemampuan dan kebiasaan guru, ketersediaan media pembelajaran serta kesiapan siswa, sebagai misal teknik mengajarkan perkalian sebagai penjumlahan berulang.

Belajar mengajar adalah suatu kegiatan yang bernilai edukatif. Nilai edukatif mewarnai interaksi yang terjadi antara guru dan siswa. Sedang mengenai pengertian strategi pembelajaran ini Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain (1996:5) memberi rambu-rambu konsep strategi

pembelajaran, bahwa secara umum strategi mempunyai suatu garis-garis besar untuk bertindak dalam usaha mencapai yang telah ditentukan. Dengan sedikit mengerucut pembahasan tentang strategi pembelajaran maka dapat diartikan sebagai pola-pola umum kegiatan guru – anak didik dalam perwujudan kegiatan belajar mengajar untuk mencapai tujuan yang telah digariskan.

Memperhatikan trend pendidikan matematika yang berkembang di dunia dewasa ini Fadjar Shadiq (1999) mengklasifikasikan sebagai berikut:

1. Beralihnya pendidikan matematika dari bentuk formal ke penerapan, proses (*activities*), dan pemecahan masalah nyata. Dengan kata lain dari deduktif ke induktif.
2. Beralihnya *assessment* (penilaian) ke bentuk penilaian autentik seperti portofolio, proyek, interview, laporan siswa, jurnal, penilaian mandiri siswa.
3. Pemaduan matematika dengan disiplin lain (dari *single discipline* ke *interdisciplinary*)
4. Peralihan dari belajar perorangan (yang bersifat kompetitif) ke belajar bersama (*cooperative learning*).
5. Peralihan dari belajar menghafal (*rote learning*) ke belajar pemahaman (*mastered learning*) dan belajar pemecahan masalah (*problem solving*).
6. Peralihan dari dasar positivist (*behaviorist*) ke konstruktivisme, atau dari *subject centred* ke *clearer centred* (terbentuk/terkonstruksinya pengetahuan).
7. Peralihan dari teori pemindahan pengetahuan (*transfer of knowledge*) ke bentuk interaktif, investigasi, eksploratif, kegiatan terbuka, keterampilan proses, modeling dan pemecahan masalah.

Sebelum kita ungkap kembali rekomendasi dari *The Cockroft Report*, yang banyak dijadikan acuan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di berbagai negara, tak terkecuali Indonesia, bahwa pada hakikatnya *Cockroft Report* itu merupakan laporan dari *The Commettee of Inquiry into the Training of Mathematics in Schools*. Suatu komite yang dibentuk oleh *Departement of Education and Science*, Great Britain, yang diketuai oleh Dr. W.H. Cockroft, dengan laporannya yang diberinya judul “*Mathematics Counts*”. Menggarisbawahi lingkup tugas guru berkaitan dengan pemilihan strategi pembelajaran yang seharusnya dikembangkan di kelas, pada Bab 17 dan Paragraf 243, direkomendasikan bahwa: “Pembelajaran matematika pada semua jenjang pendidikan hendaknya meliputi aktivitas sebagai berikut:

- eksposisi dari guru
- diskusi antara guru dengan siswa dan diskusi antar siswa

- adanya kerja praktek (*practical work*)
- konsolidasi dan latihan berkenaan keterampilan fundamental dan rutin
- pemecahan masalah (*problem solving*) yang di dalamnya terkandung penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari.
- kegiatan investigasi (*investigational work*)

Memperhatikan rekomendasi dari *the Cockroft report* di atas, maka dua pendekatan dalam pembelajaran matematika yang dapat digolongkan dalam metode inquiry ini yaitu pemecahan masalah (*problem solving*) dan investigasi perlu mendapat porsi yang memadai. *Problem solving* dan investigasi ini pada prinsipnya mempunyai aktivitas yang hampir sama, keduanya saling berkaitan dan memerlukan siswa untuk menemukan sesuatu, merumuskan hipotesa, dan mencapai suatu kesimpulan sendiri. (Tim Instruktur PKG Matematika SMU, 1987). Perlunya pemberian porsi yang cukup penggunaan pendekatan pemecahan masalah dan investigasi ini tercermin dari pendapat beberapa pakar. “Gagasan investigasi merupakan dasar yang baik untuk belajar matematika itu sendiri maupun dalam hal kegunaan matematika untuk memperluas pengetahuan dan masalah-masalah di segala bidang” (Cockroft, 1982). Kalau memang ingin menarik perbedaan antara *problem solving* dan investigasi, perbedaan keduanya hanyalah terletak pada penekanannya. Pada *problem solving* ini permasalahannya sudah terformulasikan dengan cukup jelas sehingga bagaimana cara/strategi siswa menjawab diharapkan hasil perolehannya sama (konvergen), sedang pada investigasi masalahnya belum terformulasikan dengan jelas sehingga boleh jadi hasil perolehan siswa beragam (divergen).

B. Pendekatan Investigasi

Dalam investigasi ini siswa dituntut untuk lebih aktif dalam mengembangkan sikap dan pengetahuannya tentang matematika sesuai dengan kemampuan masing-masing sehingga akibatnya memberikan hasil belajar yang lebih bermakna pada siswa. Dengan demikian investigasi merupakan pendekatan yang sangat berguna dalam pembelajaran matematika. Dengan investigasi selain siswa belajar matematikanya juga mereka mendapatkan pengertian yang lebih bermakna tentang penggunaan matematika tersebut di berbagai bidang.

Sebagaimana telah disinggung di depan antara investigasi dengan *problem solving* kenyataannya hampir tidak ada perbedaannya, hanya saja dalam investigasi biasanya

permasalahan dan penyelesaian relatif lebih luas dan lebih terbuka, juga tingkat kesukarannya biasanya lebih tinggi, yang lebih akrab kita kenal dengan istilah “*more open ended*”. Pada pemecahan masalah sering nampak sebagai kegiatan konvergen, yaitu siswa mempunyai tujuan yang pasti dan persoalannya adalah mencari jalan untuk memecahkan masalah tersebut, namun demikian dalam mencari pemecahan masalah (*problem solving*) sering pula perlu dilakukan investigasi.

Dalam investigasi siswa mungkin:

- membuat pertanyaan sendiri, misalnya :
 - bagaimana jika ...?
 - adakah yang lain?
 - adakah suatu keteraturan?
 - bagaimana polanya?, dan sebagainya.
- Menentukan arah yang dituju dengan memikirkan apa yang terjadi, jika?, dan sebagainya.

Dengan demikian antara *problem solving* dengan investigasi hendaknya terpadu dalam pendekatan pembelajaran dan bukan merupakan bagian yang terpisah.

Suatu pendekatan investigasi yang baik dapat digambarkan sebagai berikut :

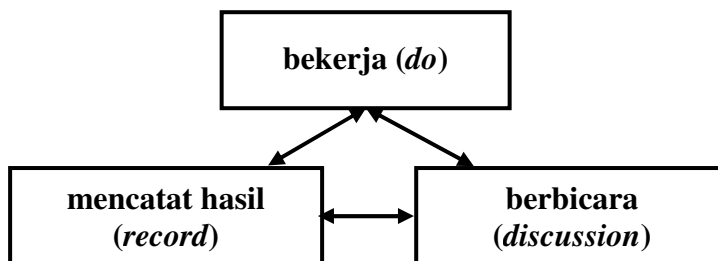
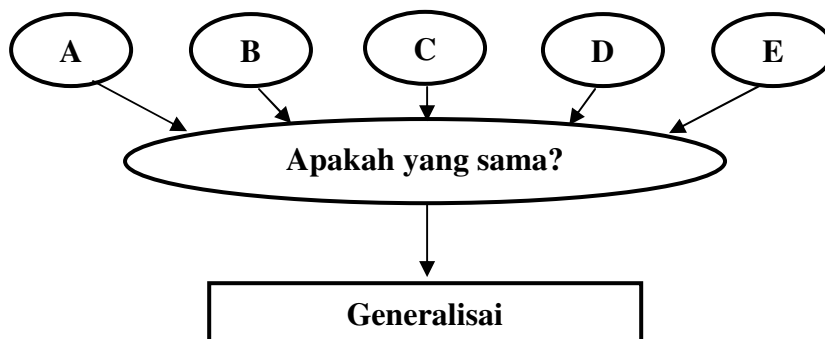


Diagram di atas, jika digambarkan dalam diagram yang mencerminkan kegiatan di kelas akan mencerminkan prinsip dari pendekatan investigasi sebagai berikut:

Pengamatan dari :



1. Mengapa digunakan investigasi?

Sebagaimana telah dipaparkan di depan, investigasi mendorong siswa untuk belajar lebih aktif dan lebih bermakna, artinya siswa dituntut selalu berfikir tentang suatu persoalan dan mereka mencari sendiri cara penyelesaiannya, dengan demikian mereka akan lebih terlatih untuk selalu menggunakan keterampilan pengetahuannya, sehingga pengetahuan dan pengalaman belajar mereka akan tertanam untuk jangka waktu yang cukup lama.

Keuntungan bagi siswa dengan adanya pendekatan belajar investigasi antara lain:

a. Keuntungan pribadi

- dalam proses belajarnya dapat bekerja secara bebas
- memberi semangat untuk berinisiatif, kreatif dan aktif
- rasa percaya diri dapat lebih meningkat
- dapat belajar untuk memecahkan, menangani suatu masalah
- mengembangkan antusiasme dan rasa tertarik pada matematika

b. Keuntungan sosial

- meningkatkan belajar bekerja sama
- belajar berkomunikasi baik dengan teman sendiri maupun dengan guru
- belajar berkomunikasi yang baik secara sistematis
- belajar menghargai pendapat orang lain.
- meningkatkan partisipasi dalam membuat suatu keputusan.

c. Keuntungan Akademis

- siswa terlatih untuk bertanggung jawabkan jawaban yang diberikannya.
- bekerja secara sistematis
- mengembangkan dan melatih keterampilan matematika dalam berbagai bidang.
- merencanakan dan mengorganisasikan pekerjaannya.
- mengecek kebenaran jawaban yang mereka buat
- selalu berfikir tentang cara/strategi yang digunakan sehingga didapat suatu kesimpulan yang berlaku umum.

2. Fase-fase yang harus ditempuh dalam pendekatan investigasi

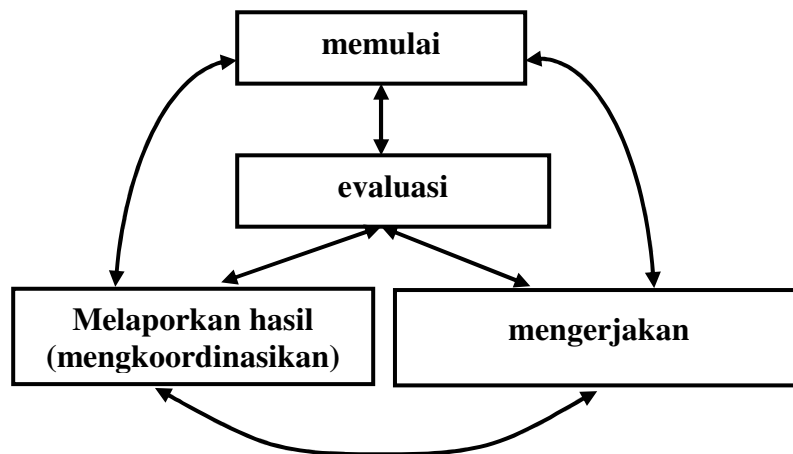
Fase-fase yang harus ditempuh dalam pendekatan investigasi adalah :

- a. Fase membaca, menerjemahkan dan memahami masalah. Pada fase ini siswa harus memahami permasalahannya dengan jelas. Apabila dipandang perlu membuat rencana apa yang harus dikerjakan, mengartikan persoalan menurut bahasa mereka sendiri dengan jalan berdiskusi dalam kelompoknya, yang kemudian mungkin perlu didiskusikan dengan kelompok lain. Jadi pada fase ini siswa memperlihatkan kecakapannya bagaimana ia memulai pemecahan suatu masalah, dengan :
 - 1) menginterpretasikan soal berdasarkan pengertiannya.
 - 2) membuat suatu kesimpulan tentang apa yang harus dikerjakannya.
- b. Fase pemecahan masalah. Pada fase ini mungkin saja siswa menjadi bingung apa yang harus dikerjakan pertama kali, maka peran guru sangat diperlukan, misalnya memberikan saran untuk memulai dengan suatu cara, hal ini dimaksudkan untuk memberikan tantangan atau menggali pengetahuan siswa, sehingga mereka terangsang untuk mencoba mencari cara-cara yang mungkin untuk digunakan dalam pemecahan soal tersebut, misalnya dengan membuat gambar, mengamati pola atau membuat catatan-catatan penting. Pada fase yang sangat menentukan ini siswa diharuskan membuat konjektur dari jawaban yang didapatnya, serta mengecek kebenarannya, yang secara terperinci siswa diharap melakukan hal-hal sebagai berikut:
 - 1) mendiskusikan dan memilih cara/strategi untuk menangani permasalahan
 - 2) memilih dengan tepat materi yang diperlukan
 - 3) menggunakan berbagai macam strategi yang mungkin.
 - 4) mencoba ide-ide yang mereka dapatkan pada fase 1
 - 5) memilih cara-cara yang sistematis
 - 6) mencatat hal-hal penting
 - 7) bekerja secara bebas atau bekerja bersama-sama (atau kedua-duanya)
 - 8) bertanya kepada guru untuk mendapatkan gambaran strategi untuk penyelesaian
 - 9) membuat konjektur atau kesimpulan sementara
 - 10) mengecek konjektur yang didapat sehingga yakin akan kebenarannya.
- c. Fase menjawab dan mengomunikasikan jawaban

Setelah memecahkan masalah, siswa harus diberikan pengertian untuk mengecek kembali hasilnya, apakah jawaban yang diperoleh itu cukup komunikatif/dapat difahami oleh orang lain, baik tulisan, gambar ataupun penjelasannya. Pada fase ini siswa dapat terdorong untuk melihat dan memperhatikan apakah hasil yang dicapainya pada masalah ini dapat digunakan pada masalah lain. Jadi pada intinya fase ini siswa diharapkan berhasil:

- 1) mengecek hasil yang diperolehnya
- 2) mengevaluasi pekerjaannya
- 3) mencatat dan menginterpretasikan hasil yang diperoleh dengan berbagai cara
- 4) mentransfer keterampilannya untuk diterapkan pada persoalan yang lebih kompleks.

Proses yang dilakukan pada pendekatan investigasi (demikian juga pada pemecahan masalah) sebagaimana dipaparkan di atas jika kita gambarkan dalam suatu diagram adalah sebagai berikut:



3. Memulai suatu Investigasi

Berikut ini adalah beberapa saran yang dapat membantu guru untuk melaksanakan pendekatan investigasi di dalam kelas.

- a. biasakan setiap mengajar untuk menghubungkan matematika dengan kehidupan sehari-hari, dengan berbagai strategi mengajar yang bervariasi.

- b. jelaskan tentang tujuan pengajaran yang diberikan yang diberikan, misalnya mengenai penggunaan matematika dalam pelajaran lain.
- c. selalu memberikan dorongan, semangat dan rasa percaya diri pada setiap siswa, hal ini sangat perlu, mengingat kebanyakan siswa bersifat :
 - 1) kurang pemahaman terhadap suatu permasalahan
 - 2) selalu tergantung kepada apa yang diinstruksikan oleh guru
 - 3) sangat kurang semangat untuk memulai
 - 4) memberi jawaban yang hanya menerka
- d. hendaknya memulai pendekatan investigasi dari permasalahan yang mudah dan sederhana.
- e. selalu mendiskusikan jawaban-jawaban yang didapat oleh siswa, sehingga siswa yang satu dapat memahami dan menghargai pendapat siswa lain.

4. Peran guru dalam pembelajaran dengan pendekatan investigasi

- a. memberikan informasi dan instruksi yang jelas
- b. memberikan bimbingan seperlunya dengan menggali pengetahuan siswa yang menunjang pada pemecahan masalah (bukan menunjukkan cara penyelesaiannya)
- c. memberikan dorongan sehingga siswa lebih termotivasi
- d. menyiapkan fasilitas-fasilitas yang dibutuhkan oleh siswa.
- e. memimpin diskusi pada pengambilan kesimpulan akhir.

C. Penilaian (*Assessment*) untuk Pendekatan Investigasi

Sejalan dengan pendekatan investigasi secara filosofis, maka bentuk tagihan yang paling sesuai adalah soal menyangkut pemecahan masalah, sehingga langkah-langkah pembuatan soal investigasi adalah sebagaimana langkah-langkah baku dalam pembuatan soal pada umumnya yaitu :

1. menetapkan tujuan investigasi
2. menetapkan ruang lingkup investigasi
3. perumusan indikator investigasi
4. penyusunan kisi-kisi
5. penulisan butir soal investigasi

6. merakit soal dalam bentuk instrument tes dan penentuan pedoman pemarkaan (rubrik, *marking scheme*)
7. mengujikan tes pada siswa
8. memeriksa tes yang sudah dikerjakan siswa
9. menganalisis butir dan perangkat soal
10. merevisi soal soal
11. mendokumentasikan soal

Langkah-langkah di atas adalah langkah-langkah baku dalam penyusunan soal, yang pada kenyataan di lapangan ada beberapa langkah yang cenderung dilewati, mengingat waktu yang ada, sebagai misal langkah analisis butir dan perangkat soal.

Menyangkut ranah penilaian soal investigasi kaitannya dengan kisi-kisi soal, biasanya berjenjang sebagai berikut : (Tim Instruktur PKG Matematika SMU, 1994)

1. Soal-soal tentang pengetahuan dan pemahaman (*Knowledge & Comprehension*)
2. Soal-soal tentang penalaran dan penerapan (*Reasoning & Application*)
3. Soal-soal investigasi (*Investigation*)

Bersamaan dengan perakitan soal investigasi, maka terlebih dulu ditetapkan rubrik (pedoman penskoran), yang untuk itu dapat digunakan *analytic scoring scale* sebagai berikut :

	Kriteria	Marka (Skor)	Komentar
A	Pemahaman dan Pengorganisasian (C/O) 1. Menginterpretasikan tugas 2. Memilih pendekatan sistematis, membuat tabel, mengorganisasikan fakta 3. Mengetahui bahwa konjektur perlu dibuktikan	4	(C/O = comprehension and organization)
B	Pelaksanaan Tugas (C/T) 1. Mengenal pola yang sesuai 2. Menggunakan lambang untuk membuat dugaan (konjektur) 3. Menguji dugaan untuk kasus atau	4	(C/T = carrying out the task)

	membuktikan dugaan (konjektur)		
C	Komunikasi (C) 1. Argumen yang jelas dan logis menonjolkan butir-butir yang penting, misalnya dalam menentukan kesimpulan. 2. Memberikan alasan yang jelas, dan singkat untuk strategi yang digunakan	2	(C = communications

(Tim Instruktur PKG Matematika SMU, 1994)

Bab III

Contoh Model Pembelajaran Matematika yang Menggunakan Pendekatan Investigasi

Contoh 1

Model Pembelajaran Menentukan Invers Matriks Persegi Ordo 2 di SMA dengan Pendekatan Investigasi

A. Standar Kompetensi

3. Menggunakan matriks dalam pemecahan masalah

B. Kompetensi Dasar

- 3.2 Menentukan determinan dan invers matriks 2×2

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. menentukan determinan matriks persegi ordo 2
2. menentukan invers matriks persegi ordo 2

D. Uraian Materi

1. Determinan matriks persegi ordo 2
2. Invers matriks persegi ordo 2

E. Pengalaman Belajar

1. Mendeskripsikan dan menentukan determinan matriks persegi ordo 2
2. Mendeskripsikan dan menentukan invers matriks persegi ordo 2

F. Pendekatan dan Metodologi Pembelajaran

1. Pendekatan: pendekatan materi induktif dan pendekatan metodologis investigasi
2. Metode Pembelajaran: ekspositori, tanya jawab, penugasan dan diskusi.

G. Pengetahuan Prasyarat:

1. Hasil kali dua buah matriks persegi ordo 2

Bahwa hasil kali matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dengan $B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$ adalah $AB = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$

2. Matriks identitas (netral, satuan) ordo 2 adalah $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Dua buah matriks A dan B dikatakan sama dan ditulis dengan notasi $A = B$, bila ordo kedua matriks sama dan elemen-elemen yang seletak sama.

H. Skenario Pembelajaran :

1. Pertemuan Pertama

a. Pendahuluan

- 1) Introduksi bahwa akan dibahas determinan, yang merupakan salah satu besaran untuk matriks persegi ordo 2, yang sangat banyak aplikasinya baik dalam matematika, maupun pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari.
- 2) Motivasi, materi ini adalah materi yang sangat esensial, sehingga siswa perlu mempelajari materi ini

b. Pengembangan dan Penerapan

1) Diberikan matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$, nilai dari

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{cc} \cancel{3} & \cancel{2} \\ -4 & 5 \end{array} & = 3 \cdot 5 - 2 \cdot (-4) = 15 + 8 = 23 \\ \begin{array}{cc} - & + \end{array} & \end{array}$$

nilai ini, disebut nilai determinan dari matriks A, dan ditulis dengan :

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot (-4) = 15 + 8 = 23$$

2) Secara umum jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka nilai determinan A adalah

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

3) Latihan terkontrol

Secara berkelompok siswa ditugasi menentukan determinan dari matriks-matriks di bawah ini :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} & \text{b. } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} & \text{c. } C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} \\ \text{d. } D = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 16 & 9 \end{pmatrix} & \text{e. } E = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} & \text{f. } F = \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \end{array}$$

- 4) Setelah siswa menyelesaikan tugas menentukan nilai determinan dari matriks-matriks di atas, siswa ditanya “Bagaimana hasil perhitungan Anda untuk menentukan nilai determinan matriks E dan F?”
- 5) Siswa diberi tahu bahwa matriks persegi yang mempunyai nilai determinan 0 (nol) (sebagai contoh matriks E dan F), disebut **matriks singular**
- 6) Siswa secara berkelompok ditugasi menyelesaikan soal-soal di buku siswa yang berkaitan tentang menentukan nilai determinan dari matriks-matriks persegi ordo 2.

c. Penutup

Menutup pertemuan dengan mengajak siswa merefleksikan apa yang dipelajari pada pertemuan ini, dan konklusi diharapkan hasil perumusan siswa tentang deskripsi dari nilai determinan matriks persegi ordo 2.

d. Penilaian proses belajar

Penilaian proses belajar yang dilakukan di sini adalah penilaian yang sebenarnya (*authentic assessment*) berupa penilaian terhadap:

- 1) partisipasi dan kontribusi siswa dalam diskusi di kelompok investigasi masing-masing, ide dan saran-saran dan alternatif penyelesaian tugas.
- 2) Performans siswa dalam menyelesaikan tugas.

Catatan: Pada pertemuan pertama ini adalah pengenalan nilai determinan dari suatu matriks yang pada pembelajaran yang kita kembangkan belum ada yang menggunakan pendekatan investigasi, lebih banyak bersifat informatif dan penugasan karena sifatnya yang introduktif.

2. Pertemuan kedua

a. Pendahuluan

Apersepsi sebagai langkah pendahuluan untuk pertemuan kedua ini adalah disegarkannya pemahaman siswa tentang operasi perkalian matriks.

Bahwa hasil kali matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dengan $B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$ adalah

$$AB = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$$

Sebagai introduksi siswa ditugasi menentukan, hasil perkalian AB jika $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$

Setelah siswa berhasil mengidentifikasi keistimewaan dari hasil kali kedua matriks di atas, siswa diperkenalkan konsep invers matriks persegi ordo 2, bahwa jika A dan B masing-masing matriks persegi ordo 2, sedemikian hingga $AB = BA = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, maka matriks A merupakan invers matriks B (dan sebaliknya), dan ditulis dengan notasi $A = B^{-1}$ atau sebaliknya $B = A^{-1}$.

b. Pengembangan dan Penerapan

1) Menentukan bagian dari pola invers matriks persegi ordo 2.

Untuk menemukan pola invers matriks persegi ordo 2, dengan menggunakan grup investigasi, ditugasi mengerjakan LK-1 di bawah ini.

LK - 1

1. Dari setiap pasangan matriks di bawah ini:

a. Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ maka

- 2) Setelah ditemukan konjektur tentang sebagian dari pola invers matriks persegi ordo 2, lewat penyelidikan group investigasi, langkah selanjutnya, disadarkan bahwa yang mereka temukan baru sebagian pola invers matriks persegi ordo 2, belum sampai pada penemuan rumus inversnya.

Dari konjektur yang disimpulkan di atas, siswa diharapkan mengecek kebenarannya, dengan langkah mengerjakan soal ini, sebagai berikut:

Invers dari $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ elemen-elemennya berpola $B = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$ dan hasil $AB = \dots$

dan $BA = \dots$

Hasil ini menunjukkan bahwa yang siswa temukan lewat investigasi tadi, baru berupa sebagian dari pola invers matriks persegi ordo-2.

- 3) Untuk menentukan rumus invers dari matriks persegi ordo-2, dilakukan dengan diskusi grup investigasi, dengan jalan menyelesaikan Lembar Kerja-2 di bawah ini:

LK-2

1. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ maka elemen-elemen inversnya berpola

$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$ dan $\det A = \dots$

Hasil kali matriks A dengan pola inversnya:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \dots \begin{pmatrix} 1 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

2. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ maka elemen-elemen inversnya berpola

$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$ dan $\det A = \dots$

Hasil kali matriks A dengan pola inversnya:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \dots \begin{pmatrix} 1 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

3. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$ maka elemen-elemen inversnya berpola

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \text{ dan } \det A = \dots$$

Hasil kali matriks A dengan pola inversnya:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \dots \begin{pmatrix} 1 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

4. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 16 & 9 \end{pmatrix}$ maka elemen-elemen inversnya berpola

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \text{ dan } \det A = \dots$$

Hasil kali matriks A dengan pola inversnya:

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 16 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \dots \begin{pmatrix} 1 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

5. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ maka elemen-elemen inversnya berpola $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

dan $\det A = \dots$

Hasil kali matriks A dengan pola inversnya:

- 4) Hasil dari investigasi lewat LK-2, menggiring pada penarikan kesimpulan lewat diskusi kelas dari grup investigasinya bahwa invers matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah :

$$A^{-1} = \frac{\dots}{\dots\dots\dots} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Catatan: guru mengawasi dan memantau apakah hasil diskusi siswa sampai pada

jawab bahwa rumus invers matriks persegi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

- 5) Bukti kebenaran rumus tersebut dapat dilakukan dengan menugasi masing-masing grup untuk saling berlomba, mana yang lebih cepat membuktikan :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} &= \dots \\ &= \dots \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \\ &= \dots \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- 6) Pada diskusi grup investigasi setelah berhasil membuktikan rumus invers matriks persegi ordo 2, selanjutnya siswa ditugasi menentukan invers matriks

a. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -5 & 10 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Melihat hasil di atas, siswa di harap berhasil membuat kesimpulan invers matriks singular.

c. Penutup

Menutup pertemuan kedua ini, siswa agar merefleksikan dirinya, dengan harapan semua siswa memahami bahwa invers matriks persegi ordo 2 dari matriks

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ adalah } A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Siswa ditugasi menyelesaikan soal-soal dari Buku Siswa mengenai penentuan invers matriks persegi ordo2.

I. Penilaian

1. Penilaian proses belajar

Penilaian proses belajar yang dilakukan dalam pembelajaran ini adalah penilaian yang sebenarnya (*authentic assessment*), berupa penilaian terhadap:

- Partisipasi dan kontribusi siswa dalam diskusi maupun kerja kelompok pada masing-masing grup investigasinya.
- Performa hasil pekerjaannya baik dalam menarik kesimpulan dari kegiatan investigasinya, maupun hasil menyelesaikan tugas-tugas latihannya.

2. Penilaian hasil belajar

Penilaian hasil belajar dilaksanakan lewat ulangan harian.

Contoh soal ulangan harian:

Ulangan Harian

Waktu : 45 menit

1. Diketahui: matriks-matriks persegi ordo 2, berikut :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Tentukan: a. Determinan masing-masing matriks

b. Invers masing-masing matriks

2. Jika diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan hasil kali $AB = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 14 & 15 \end{pmatrix}$ maka

tentukan matriks B!

Contoh 2

MODEL PEMBELAJARAN POLA BILANGAN DI SMP DENGAN PENDEKATAN INVESTIGASI

Mata Pelajaran : Matematika
Materi Pokok : Pola Bilangan
Kelas/Semester : IX/ 2
Waktu : 2 × 45 menit

- A. Standar Kompetensi** : 6. Memahami barisan dan deret bilangan serta penggunaannya dalam pemecahan masalah
- B. Kompetensi Dasar** : 6.1. Menentukan pola barisan bilangan sederhana
- C. Indikator** : - Menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan barisan dan deret bilangan
- Mengenal unsur-unsur barisan dan deret seperti suku pertama, suku berikutnya, beda, dan ratio.
- D. Kemampuan Prasyarat** : Sistem bilangan asli, bulat, rasional dan real.
- E. Pengalaman Belajar** : - Menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan pola bilangan
- Mengenal unsur-unsur dari barisan bilangan
- F. Sumber Bahan Belajar** : 1. Buku Siswa untuk Kelas IX
2. Buku Penunjang yang relevan

G. Pendekatan dan Metode Pembelajaran :

1. Pendekatannya adalah investigasi dan kontekstual
2. Metode pembelajarannya adalah ceramah, diskusi, dan tanya jawab

H. Skenario Pembelajaran :

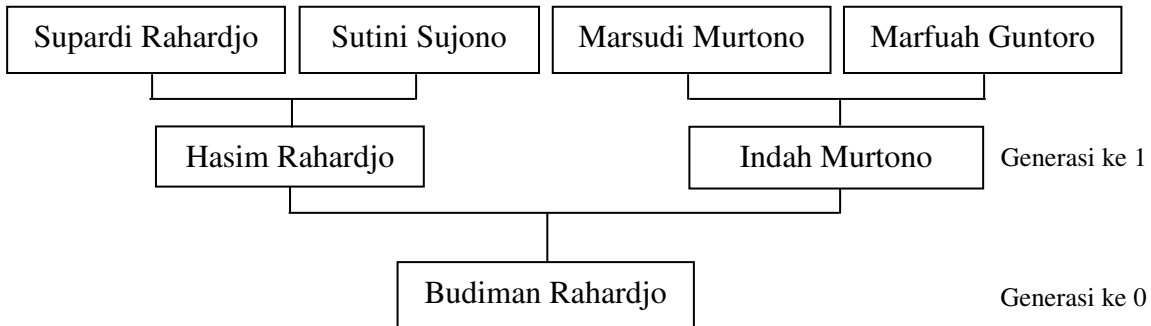
1. Pendahuluan :

- a) **Introduksi:** siswa diberi tahu tujuan pembelajaran hari ini, dan betapa besar manfaat pola bilangan baik dalam kehidupan sehari-hari maupun matematika pada umumnya.
- b) Untuk memberikan motivasi kepada siswa, diceritakan riwayat Karl Freidrick Gauss, dimana pada saat berumur 10 tahun, dengan kreatif dia telah berhasil menentukan jumlah deret aritmetika yang diberikan gurunya, di mana rumus umumnya baru dipelajari setelah siswa pada umumnya duduk di kelas IX SMP.

2. Pengembangan dan Penerapan

Dengan pendekatan investigasi yang kontekstual dikembangkan pembelajaran mengenai pola bilangan, dengan diajukan soal-soal sebagai berikut :

- a) Keluarga Budi terlihat sebagaimana diagram pohon berikut :



- 1) Berapa jumlah kakek-nenek dari Budiman?
- 2) Berapa jumlah kakek-nenek buyut dari Budiman?
- 3) Budiman ingin mengetahui berapa generasi ke belakang dari nenek moyangnya, dari sejuta nenek moyangnya yang pernah hidup sebelumnya?. Untuk itu dia menyiapkan suatu tabel sebagai berikut:

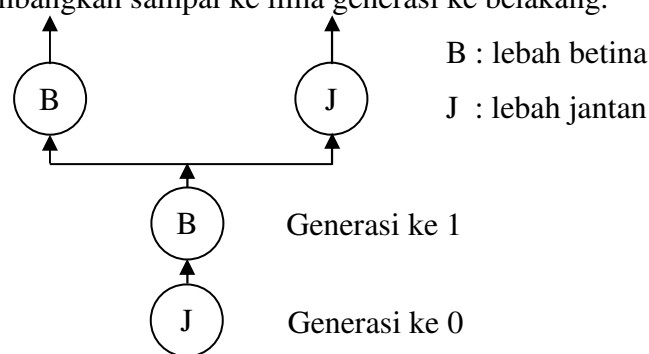
Generasi ke Belakang	Banyak orang dalam Generasi tersebut	Pola
0	1	
1	2	

2	4	
3		
4		
5		
6		
.		
.		
.		
n		

- i. Lengkapilah tabel di atas !
 - ii. Tentukan berapa generasi ke belakang Budiman mempunyai sejuta nenek moyang! (Nilai pendekatan tidak pas sejuta, gunakan kalkulator!)
- 4) Budiman memperkirakan bahwa generasi baru akan lahir setiap 25 tahun. Perkirakan kurun waktu yang telah dilalui, apabila sepuluh juta nenek moyang Budiman pernah hidup sebelumnya! (Pendekatan tidak ada yang pas sepuluh juta)
- b) Pada waktu mempelajari IPA di sekolahnya, Rohmitawati memperhatikan bahwa siklus kehidupan lebah adalah berbeda dengan serangga yang lain.

Lebah jantan, menetas dari telur yang tidak dibuahi, dengan demikian lebah ini hanya mempunyai ibu tetapi tidak mempunyai bapak. Sedangkan lebah betina menetas dari telur yang dibuahi, jadi mempunyai ibu dan mempunyai bapak.

- 1) Rohmitawati menggambar diagram pohon generasi lebah ke belakang, lanjutkan dan kembangkan sampai ke lima generasi ke belakang.



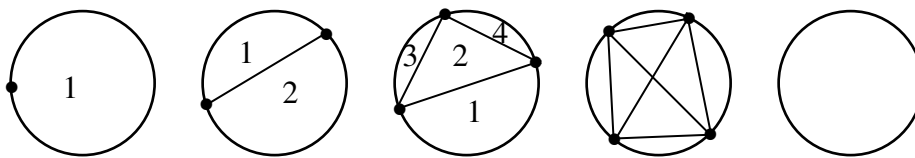
- 2) Langkah selanjutnya Rositawati menyusun tabel generasi ke belakang, dan setelah melengkapinya maka akan ditemukan polanya.

Generasi ke belakang ke :	Banyak seluruh lebah pada generasi tersebut
0	1
1	1
2	2
3	
4	
5	
6	
7	

3) Dengan menggunakan pola yang diperoleh, tentukan berapa banyak lebah pada generasi ke sepuluh ke belakang?

c) Anik menantang Budi untuk mencari banyaknya bagian bidang dalam lingkaran terbanyak yang dapat dibentuk jika 8 titik pada suatu lingkaran dihubungkan satu dengan lainnya.

Budi merasa sulit untuk langsung menjawab untuk 8 titik tersebut, maka dia memulai dengan penyelesaian yang lebih sederhana, yang berangkat dari sana Budi mencoba mencari pola.



1) Lengkapilah tabel yang dibuat oleh Budi berikut :

Banyak titik	Banyak daerah
1	1
2	2
3	4
4	
5	

- i. Tebaklah apa yang akan dijadikan konjektur oleh Budi?
- ii. Ceklah dengan menggambar suatu lingkaran dengan 6 titik, dan kemudian hitunglah daerahnya!
- iii. Apakah dugaan Budi benar?

2) Sedikit berbeda dengan Budi, Anik membuat tabel berikut:

Banyak titik	Banyak daerah	Beda pertama	Beda kedua	Beda ketiga
1	1			
2	2	1		
3	4	2	1	1
4	8	4	2	2
5	16	8	4	3
6	31	15	7	
7				
8				

- i. Lengkapilah tabel yang dibuat oleh Anik di atas!
- ii. Dapatkah Anik memastikan bahwa jawabnya benar?

3. Penutup Pertemuan

Menutup pertemuan ini dengan refleksi apa yang dipelajari hari ini, dan diharap siswa mampu merumuskan bahwa pola bilangan merupakan suatu wujud keteraturan dari alam semesta ini, dan jika dikaitkan dengan proses matematisasi vertikal dengan apa yang telah dipelajarinya terlebih dahulu, akan sampai pada kesimpulan bahwa pada hakikatnya pola bilangan adalah fungsi pada bilangan asli:

$$f : n \rightarrow f(n) \text{ dengan } n \in A = \{ \text{bilangan asli} \}$$

I. Penilaian

Penilaian yang diterapkan pada pembelajaran ini adalah penilaian proses belajar, sebab materi ajar yang disajikan belum mencakup satu KD sehingga dipandang belum perlu dilakukan penilaian hasil belajar.

Penilaian proses belajar yang dilakukan dalam pembelajaran ini adalah penilaian yang sebenarnya, berupa:

1. Partisipasi dan kontribusi siswa dalam diskusi maupun kerja kelompok pada masing-masing grup investigasinya.
2. Performan yang berupa hasil pekerjaannya baik dalam menarik kesimpulan dari kegiatan investigasinya, maupun hasil menyelesaikan tugas-tugas latihannya

Penilaian hasil belajar dilaksanakan setelah pembahasan barisan aritmetika dan geometri

Keterangan:

Proses investigasi yang dikembangkan dalam pembelajaran ini adalah bagaimana siswa dengan cara mereka sendiri-sendiri berhasil menginvestigasi pola yang mungkin dari masing-masing persoalan.

Contoh 3

MODEL PEMBELAJARAN SIMETRI DI SD DENGAN PENDEKATAN INVESTIGASI

Mata Pelajaran : Matematika

Materi Pokok : Simetri Bangun Datar

Kelas/Semester : V/2

Waktu : 2 × 40 menit

- A. Standar Kompetensi** : 6. Memahami sifat-sifat bangun dan hubungan antar bangun
- B. Kompetensi Dasar** : 6.1 Menyelidiki sifat-sifat kesebangunan dan simetri
- C. Indikator** : - Menentukan tingkat dari simetri putar
- Menentukan tingkat dari simetri cermin.
- D. Kemampuan Prasyarat** : Bangun-bangun datar beserta sifat-sifatnya
- E. Pengalaman Belajar** : - Menentukan simetri putar dengan memutar bangun pada bingkainya
- Menentukan simetri cermin (simetri lipat) dengan jalan melipat jiplakan benda-benda tersebut.
- F. Sumber Bahan Belajar** : 1. Buku Siswa Kelas V
2. Buku Penunjang yang relevan
- G. Pendekatan dan Metode Pembelajaran :**
1. Pendekatannya adalah investigasi dan *hand on mathematics* (suatu metode pembelajaran matematika dengan jalan mengutik-utik atau melalui pengerjaan tangan, misalnya siswa dapat menentukan bahwa luas segitiga adalah sama dengan panjang alas dikali setengah

tingginya diawali dengan jalan membagi dua suatu persegi panjang yang siswa buat dari kertas, menjadi dua bagian melalui salah satu diagonalnya)

2. Metode pembelajarannya adalah ceramah, diskusi, dan tanya jawab

H. Skenario Pembelajaran:

1. Pertemuan pertama

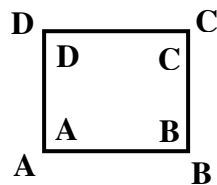
a. Pendahuluan

- 1) Apersepsi : diungkap kembali pemahaman siswa tentang bangun-bangun Geometri datar, misalnya trapesium, jajargenjang, persegi panjang, persegi, belah ketupat dan lain sebagainya.
- 2) Motivasi : siswa diminta perhatiannya, mengingat materi ini adalah materi yang sangat esensial.

b. Pengembangan dan penerapan.

Langkah 1 : Pengembangan konsep simetri putar

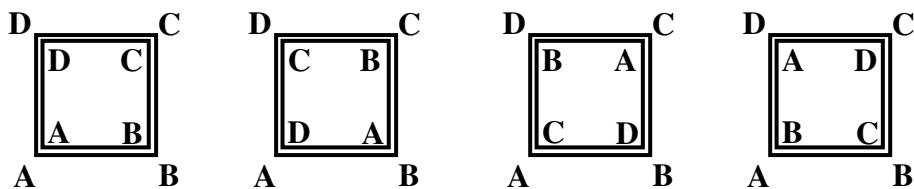
Disediakan karton yang cukup tebal, dan siswa diminta menggambar suatu persegi pada karton tersebut dengan ukuran yang cukup besar



Langkah selanjutnya siswa diminta untuk menandai masing-masing pojok dari persegi tersebut, demikian juga pada bidang luar yang berseberangan. Kemudian siswa diminta menggantung persegi tersebut dengan hati-hati.

Dengan tidak membalik hasil guntingannya, siswa diminta memasukkan kembali persegi hasil guntingan tersebut, sehingga menempati bingkai semula, tanpa memperhatikan simbol-simbol dari pojok-pojok perseginya.

Dalam hal ini guru memantau kegiatan siswa apakah siswa dapat menempatkan persegi hasil guntingannya, sehingga ditempatkan berdasar salah satu dari kemungkinan di bawah ini



Dari hasil investigasi siswa ini, di mana dalam pembelajaran ini siswa mengerjakan sendiri dan tidak diberi tahu oleh guru, sampai pada konsep tentang **simetri putar**, bahwa ada empat cara suatu persegi dengan tidak membalik namun memutar, menempati bingkai semula.

Dikatakan : “Suatu persegi mempunyai simetri putar tingkat empat“

Langkah 2 : Latihan terkontrol

Dengan pendekatan *hand on mathematics*, langkah berikutnya adalah dengan menggunakan kelompok-kelompok investigasi siswa menggambar bangun-bangun datar sebagaimana daftar di bawah, untuk selanjutnya masing-masing pojok baik yang terletak di dalam bidang bangun datar maupun di seberangnya diberi nama A, B, C, ..., dan seterusnya.

Setelah bangun-bangun datar itu dipotong dari bidang kertas yang di luar (dengan gunting atau *cutter*), masing-masing grup investigasi mendiskusikan berapa banyak cara bangun datar tersebut menempati bingkai semula tanpa membaliknya.

No.	Nama Bangun Datar	Tingkat Simetri Putar
1	Persegi	4
2	Persegi panjang	...
3	Segitiga sama sisi	...
4	Segitiga siku-siku sama kaki	...
5	Jajargenjang	...
6	Trapesium	...
7	Layang-layang	...
8	Lingkaran	...

Catatan untuk guru:

Untuk bangun-bangun datar yang hanya memiliki satu cara untuk menempati bingkai semula, atau jika diputar dengan pusat titik sembarang dan besar perputaran satu putaran penuh atau 360° baru dapat menempati bingkai semula, maka disepakati **tidak mempunyai simetri putar** atau dikatakan **simetri putarnya tingkat nol**.

c. Penutup

Menutup pertemuan pertama ini dengan refleksi apa yang dipelajari pada hari ini, siswa diarahkan untuk menyimpulkan simetri putar dari bangun-bangun datar.

Perlu dipesankan bahwa bangun-bangun datar hasil kreasi masing-masing regu investigasi perlu disimpan baik-baik, karena masih akan diperlukan untuk proyek investigasi selanjutnya

d. Penilaian proses

Penilaian proses belajar yang dilakukan dalam pembelajaran di pertemuan pertama ini adalah penilaian yang sebenarnya (*authentic assessment*), dengan jalan menilai:

- 1) Partisipasi dan kontribusi siswa dalam diskusi maupun kerja kelompok pada masing-masing grup investigasinya, baik pada waktu menggambar bangun-bangun datar, menandai pojok-pojok serta menentukan tingkat simetri putar dari bangun-bangun tersebut.
- 2) Performa yang berupa hasil pekerjaannya baik dalam menarik kesimpulan dari kegiatan investigasinya, maupun hasil menyelesaikan tugas-tugas latihannya

2. Pertemuan kedua

a. Pendahuluan

Pendahuluan pada pertemuan ke dua ini berupa apersepsi, mengungkap:

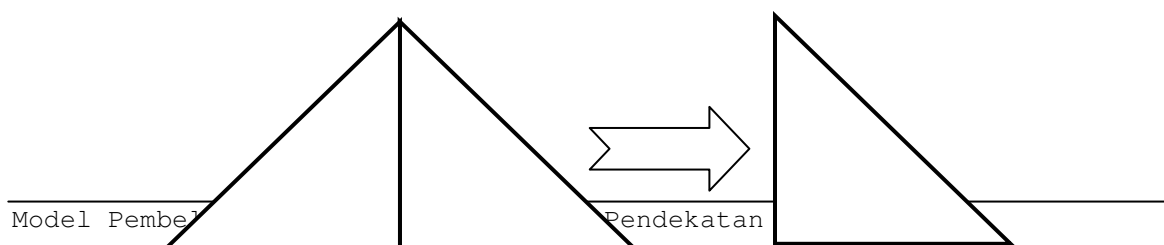
- 1) macam-macam bangun datar yang telah dikenal.
- 2) tingkat simetri putar dari bangun-bangun datar tersebut.

b. Pengembangan dan penerapan

Langkah 1 : Pengembangan konsep simetri lipat.

Siswa disuruh mengambil bangun segitiga sama kaki hasil kreasi kelompoknya pada waktu menentukan simetri putar dulu.

Siswa diminta mendiskusikan bagaimana melipat bangun segitiga tersebut sehingga belahan yang satu menutup dengan tepat bangun yang lain.

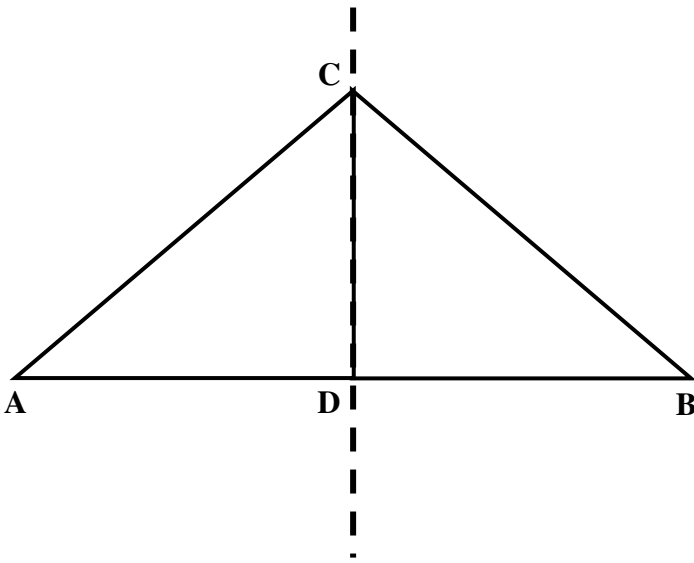


dilipat

Segitiga sama kaki

Setelah dilipat

Setelah dibuka kembali, maka beberapa hal yang perlu kita perhatikan:



Garis tinggi CD merupakan garis yang memisahkan bagian sebelah kiri dengan bagian sebelah kanan kongruen satu dengan lainnya. Sehingga jika dilipat maka belahan yang satu akan tepat menutup belahan yang lain. Garis ini disebut **sumbu simetri lipat** atau **sumbu simetri cermin**

Simetri lipat sering juga disebut simetri cermin, karena andaikan sumbu simetri tersebut merupakan cermin, maka belahan bangun yang satu merupakan bayangan dari bangun yang lain dari kegiatan bercermin tersebut.

Dan pada beberapa kesempatan hasil simetri cermin sering juga disebut **refleksi**.

Karena untuk segitiga sama kaki hanya dijumpai sebuah sumbu simetri lipat, maka dikatakan bahwa segitiga sama kaki memiliki **simetri cermin tingkat satu**.

Langkah 2: Menentukan tingkat simetri cermin bangun geometri datar.

Dengan menggunakan bangun datar-bangun datar yang telah dikreasi masing-masing grup investigasi, maka kegiatan berikutnya adalah diskusi untuk menentukan tingkat simetri cermin dari masing-masing bangun geometri datar, yang hasilnya dicatat dalam tabel berikut:

No.	Nama Bangun Datar	Tingkat Simetri Cermin
1	Segitiga sama kaki	1
2	Persegi	...
3	Persegi panjang	...
4	Segitiga sama sisi	...

5	Jajar genjang	...
6	Trapeسيوم	...
7	Layang-layang	...
8	Lingkaran	...

c. Penutup

Menutup pertemuan kedua ini, mengajak siswa untuk merefleksikan hasil pembelajarannya. Guru memfasilitasi agar siswa mampu membuat kesimpulan tentang tingkat simetri cermin dari masing-masing bangun geometri tersebut.

d. Penilaian proses.

Penilaian proses belajar yang dilakukan dalam pembelajaran di pertemuan pertama ini adalah penilaian yang sebenarnya (*authentic assessment*), dengan fokus penilaiannya pada:

- 1) Partisipasi dan kontribusi siswa dalam diskusi maupun kerja kelompok pada masing-masing grup investigasinya, baik pada waktu menggambar bangun-bangun datar, menandai pojok-pojok serta menentukan tingkat simetri putar dari bangun-bangun tersebut.
- 2) Performa yang berupa hasil pekerjaannya baik dalam menarik kesimpulan dari kegiatan investigasinya, maupun hasil menyelesaikan tugas-tugas latihannya

I. Penilaian

1. Untuk penilaian proses belajar dilakukan bersamaan dengan kegiatan belajar mengajar sebagaimana telah diutarakan pada tiap-tiap pertemuan.
2. Untuk penilaian hasil belajar diselenggarakan setelah selesainya dibahas sifat-sifat kesebangunan bangun datar.

Bab IV

Bahan Diskusi

Di depan diberikan contoh model pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan investigasi, diskusikan bersama-sama di dalam wadah MGMP/KKG di sekolah Anda, maupun pada pertemuan di Sanggar/Gugus MGMP/KKG permasalahan-permasalahan di bawah ini:

1. Bagaimana sebenarnya pendekatan investigasi tersebut, langkah-langkah pokok, dan garis besar skenarionya.
2. Diskusikan dengan rekan guru sejawat, kebaikan hal-hal positif dari pendekatan ini sehingga perlu harus dijaganya, dan kelemahan atau hal-hal negatif sehingga perlu diantisipasi dengan baik sehingga pembelajaran yang kita laksanakan dapat berjalan dengan efektif
3. Bahwa pendekatan *problem solving* dan investigasi, dua pendekatan dalam lingkup metode *inquiry*, mempunyai keterdekatan yang sangat dekat dan saling melengkapi, jelaskan pendapat anda?
4. Untuk memulai sesuatu yang baru misalnya mau mencoba pendekatan investigasi, pasti ada rasa gamang untuk memulainya, bagaimana kita dapat memotivasi diri mau dan berani untuk mengembangkan pembelajaran matematika dengan pendekatan investigasi
5. Identifikasikan materi-materi pembelajaran yang menjadi tugas anda, yang paling tepat jika digunakan pendekatan investigasi, mengingat tak satupun metode pembelajaran yang tepat untuk membelajarkan semua materi pembelajaran.
6. Dari hasil identifikasi itu, buatlah model-model pembelajarannya yang menggunakan pendekatan investigasi.

Bab V

Penutup

Memperhatikan perubahan paradigma pembelajaran matematika di Indonesia, dan dengan berlakunya Peraturan Menteri Pendidikan Nasional nomor 22, 23 dan 24 tentang Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan, maka pembelajaran matematika dengan pendekatan investigasi merupakan variasi dalam strategi pembelajaran matematika yang perlu mendapat porsi dan perhatian yang memadai.

Namun demikian pada pelaksanaan di lapangan dijumpai banyak kendala antara lain (1) orientasi pembelajaran yang terlalu menitik beratkan hasil UAN, (2) kurangnya kemampuan guru untuk memvariasikan strategi pembelajarannya termasuk pendekatan investigasi yang sangat strategis, (3) sarana prasarana yang tidak mencukupi, (4) keengganan guru untuk mencobakan pendekatan baru dalam pembelajaran matematikanya.

Meskipun banyak kendala yang kemungkinan dijumpai di lapangan, namun tidak selayaknya guru menghindari dari memberi porsi pendekatan investigasinya yang cukup memadai.

Berikut ini saran bagi guru di dalam pengembangan pembelajarannya yang menggunakan pendekatan investigasi, agar dicapai hasil yang optimal:

1. Dalam pertemuan MGMP/KKG Sekolah maupun di Sanggar/Gugus MGMP/KKG masalah pengelolaan pembelajaran matematika dengan pendekatan investigasi ini perlu didiskusikan sebaik-baiknya sebelum mempraktekkannya di depan kelas, agar dapat saling berbagi pengalaman dalam penerapannya di kelas nantinya.
2. Lembar Kegiatan Siswa, kartu kegiatan maupun tugas-tugas yang diperuntukkan bagi siswa harus disertai dengan rincian waktu secara relatif detail, agar guru dapat memastikan berapa lama waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu tugas, berapa lama guru harus memberi penjelasan, berapa lama waktu yang diperlukan untuk penarikan kesimpulan, sehingga dengan skenario tersebut dapat berjalan dengan baik, agar semua siswa dengan segala jenjang kemampuan dapat terlayani dengan baik.
3. Perlu pemahaman yang cukup dari Kepala Sekolah maupun Pengawas Sekolah, tentang perlunya memberi porsi yang memadai untuk pendekatan investigasi ini ini, agar diperoleh hasil yang optimal, sehingga alokasi dana APBS sebagai sarana berlangsungnya pelayanan pembelajaran

ini, perlu diberi pos yang memadai. Di samping itu perlu dimasukkan dalam format supervisinya, tentang esensinya pendekatan investigasi dalam pembelajaran matematika

4. Mengingat pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika, maka guru perlu sebanyak mungkin menyusun model-model pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan investigasi, dalam memecahkan suatu masalah.

F. Daftar Pustaka

- Charles, Randall. (...) . *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics
- Clarke, David.(...). *Assessment of Problem Solving and Investigation. Assessment alternatives in Mathematics: MCTP*
- Cockroft, W.H. (1986). *Mathematics Counts*. London: Her Majesty's Stationery Office
- Damerow, Peter. et. al (1984) . *Mathematics for All*. Paris: Mathematics Education Programme Specialist , Division Science, UNESCO
- Fajar Shadiq. (2001). *Effective Mathematics Teaching Strategies Inspiring Progressive Students* (suatu makalah disajikan pada "Pemaparan Hasil Pelatihan RECSAM 2") tanggal 18 Juni 2001) . Yogyakarta: PPPG Matematika
- Mottershead, Lorraine. (1984). *Investigation in Mathematics*. Great Britain: Blackwell Ltd.
- Ruseffendi, E.T. (1980). *Pengajaran Matematika Modern untuk Orang Tua Murid, Guru dan SPG*. Bandung: Tarsito.
- Souviney, Randall et.al. (1990). *Mathematical Investigations*. Palo Alto California: Dale Seymour Publications.
- Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain. (1996). *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: PT Rineka Cipta
- Tim Instruktur PKG Matematika. (1993). *Investigasi yang Dikaitkan dengan Keterampilan Proses dan Problem Solving . PAKET INSERVICE* . Yogyakarta: Latihan Kerja Instruktur (LKI)
- Tim Instruktur PKG Matematika (1993). *Teknik Evaluasi* . Yogyakarta: Latihan Kerja Instruktur (LKI)